



OECD Programme for International Student Assessment

PISA 2003

BEISPIELAUFGABEN AUS DEM MATHEMATIKTEST

ORGANISATION FOR ECONOMIC CO-OPERATION AND DEVELOPMENT



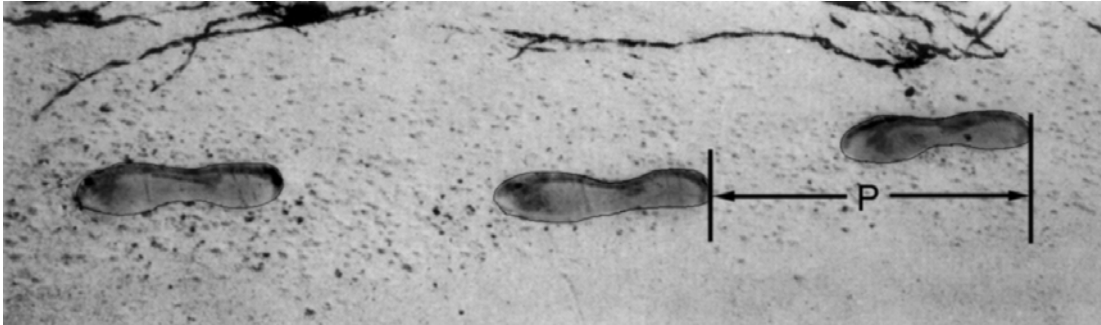
Learning
for Living

INHALT

UNIT „GEHEN“	3
Frage 1: GEHEN	4
Frage 2: GEHEN	4
UNIT „GRÖSSER WERDEN“	6
Frage 1: GRÖSSER WERDEN	8
Frage 2: GRÖSSER WERDEN	8
Frage 3: GRÖSSER WERDEN	8
UNIT „WECHSELKURS“	9
Frage 1: WECHSELKURS	10
Frage 2: WECHSELKURS	10
Frage 3: WECHSELKURS	10
UNIT „DAS BESTE AUTO“	11
Frage 1: DAS BESTE AUTO	12
Frage 2: DAS BESTE AUTO	13

UNIT „GEHEN“

GEHEN



Das Bild zeigt die Fußabdrücke eines gehenden Mannes. Die Schrittlänge P entspricht dem Abstand zwischen den hintersten Punkten von zwei aufeinander folgenden Fußabdrücken.

Für Männer drückt die Formel $\frac{n}{P} = 140$ die ungefähre Beziehung zwischen n und P aus, wobei

n = Anzahl der Schritte pro Minute und

P = Schrittlänge in Meter

Frage 1: GEHEN

Wenn die Formel auf Daniels Gangart zutrifft und er 70 Schritte pro Minute macht, wie viel beträgt dann seine Schrittlänge? Gib an, wie du zu deiner Antwort gekommen bist.

Frage 2: GEHEN

Bernhard weiß, dass seine Schrittlänge 0,80 Meter beträgt. Die Formel trifft auf Bernhards Gangart zu.

Berechne Bernhards Gehgeschwindigkeit in Metern pro Minute und in Kilometern pro Stunde. Gib an, wie du zu deiner Antwort gekommen bist.

Hinweise zur Aufgabe „Gehen“

Es gibt ganz unterschiedliche Geh-Vorgänge und dementsprechend ganz unterschiedliche mathematische Beschreibungen solcher Vorgänge. Wenn z. B. mehrere Menschen in derselben Geschwindigkeit miteinander gehen möchten, passen sie ihre Schrittlängen und Schrittfrequenzen diesem Ziel an. Wer dann längere Schritte hat, macht dafür dann weniger Schritte pro Minute. Eine passende mathematische Beschreibung (ein mathematisches Modell) derartiger *kollektiver Gehvorgänge* ist eine Formel, in der $n \cdot P$ konstant ist (n : Anzahl der Schritte pro Minute, P : Schrittlänge in Metern), z. B. $n \cdot P = 65$ (in diesem Fall ist die Geh-Geschwindigkeit dann $65 \frac{\text{m}}{\text{min}}$ oder, wie man leicht ausrechnet, $3,9 \frac{\text{km}}{\text{h}}$). Man sagt auch: n und P hängen hier *antiproportional* zusammen. Die inhaltliche *Vorstellung*, die man mit dem Ausdruck $n \cdot P$ verbindet, ist die *Geh-Geschwindigkeit* (in $\frac{\text{m}}{\text{min}}$). Dabei ist eine solche Formel immer nur in einem abgegrenzten Bereich sinnvoll, etwa für Schrittlängen zwischen 0,5 m und 1 m und für definierte Zeitintervalle.

Wenn nun aber *Individuen für sich selbst* gehen, jeder auf seine eigene Art und Weise, gelten andere Gesetze. Dann macht ein Mensch, der schneller geht als ein anderer, *sowohl* längere Schritte *als auch* mehr Schritte pro Minute. Das gilt nicht nur beim Vergleich *verschiedener* Individuen, sondern auch für *einen* Menschen, der verschieden schnell gehen möchte. Wie sportwissenschaftliche Untersuchungen gezeigt haben, kann man solche *individuellen Geh-Vorgänge* bei Männern näherungsweise mit der Faustformel $\frac{n}{P} = 140$ beschreiben, so wie es in der Aufgabe

„Gehen“ gegeben ist. Hier hängen n und P nun *proportional* zusammen, d. h. wenn sich n um einen gewissen Prozentsatz (z. B. um 10 % oder um 20 %) ändert, so ändert sich auch P um denselben Prozentsatz (10 % bzw. 20 %). Die Geh-Geschwindigkeit ändert sich dann sogar noch stärker (im Beispiel: um 21 % bzw. um 44 %). Wer es noch genauer wissen will: Ändern sich Schrittlänge und Schrittfrequenz um a %, d. h. um den Faktor $1 + \frac{a}{100}$, so ändert sich die Geschwindigkeit um den

Faktor $\left(1 + \frac{a}{100}\right)^2$, d. h. um $\left(2a + \frac{a^2}{100}\right)\%$. Dabei ist es hier sehr schwierig, mit dem Ausdruck

$\frac{n}{P}$ eine inhaltliche Vorstellung zu verbinden. Auch die neue Formel gilt nur in einem abgegrenzten Bereich, etwa für Schrittlängen zwischen 0,5 m und 0,9 m und für gewisse kurze Zeiträume. Wer z. B. die Schrittlänge 0,6 m hat, macht nach dieser Formel etwa 84 Schritte pro Minute und hat dann eine Geschwindigkeit von etwa $3,0 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, wer dagegen 0,8 m lange Schritte macht, hat dann eine Geschwindigkeit von etwa $5,4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Alltagserfahrungen mit Geh-Vorgängen beziehen sich oft auf gemeinsames Gehen. Dann scheint die Formel $\frac{n}{P} = 140$ diesen Erfahrungen zu widersprechen und ruft manchmal sogar Ablehnung hervor. Deshalb sollte man immer – und das hätte besser auch bei der Aufgabe „Gehen“ geschehen sollen – den realen Kontext, um den es sich handelt, genauer beschreiben. Die Aufgabe handelt vom individuellen Gehen zweier Menschen, Daniel und Bernhard; dass die Formel hier zutrifft, wird beide Male dazu gesagt. Es wäre noch eine schöne Zusatz-Aufgabe gewesen (ganz im Sinne

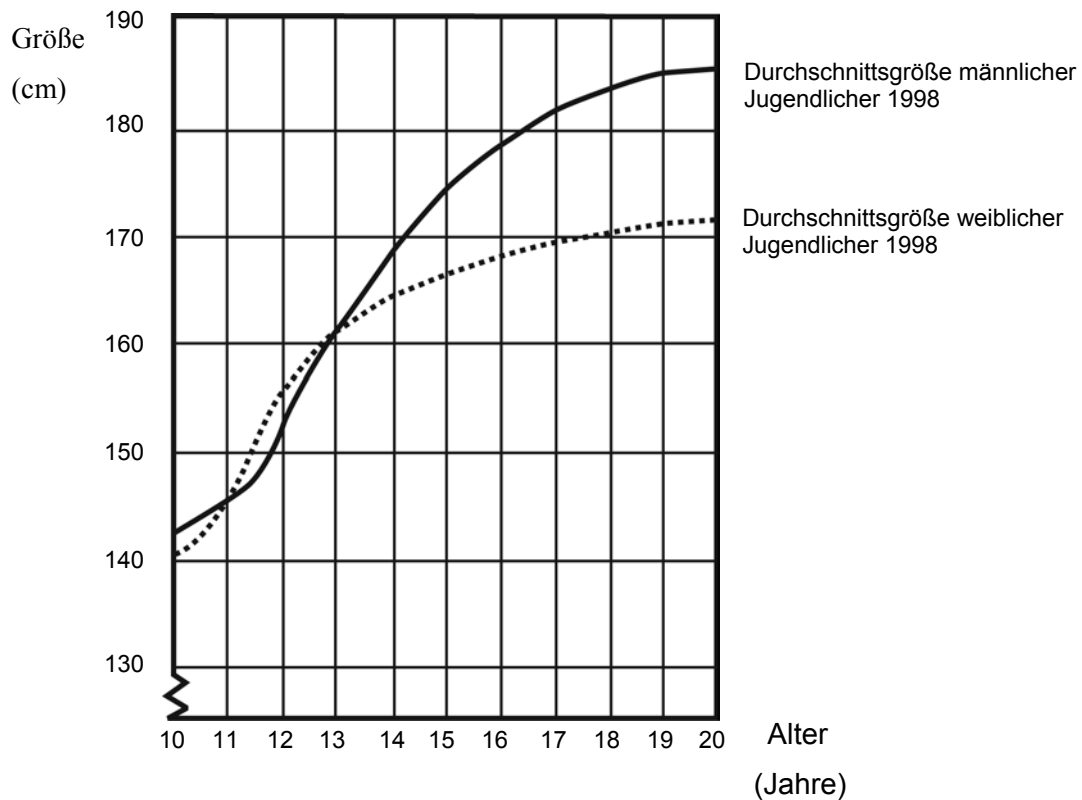
von Mathematical Literacy), die Formel $\frac{n}{P} = 140$ genauer zu diskutieren (etwa im Sinne der Überlegungen von vorhin: Was passiert, wenn ...), mit einer Formel vom Typ $n \cdot P = 65$ zu konfrontieren und dann beide Formeln miteinander zu vergleichen und gegeneinander abzuwägen. Dies hätte auch der naheliegenden, aber eigentlich unerwünschten Vorgehensweise bei „Gehen“ entgegengearbeitet, nämlich einfach ohne viel nachzudenken mit der Formel $\frac{n}{P} = 140$ zu hantieren. Nichtsdestoweniger ist die Aufgabe „Gehen“ korrekt gestellt, und die Musterlösungen sind alle korrekt.

UNIT „GRÖßER WERDEN“

GRÖßER WERDEN

JUGENDLICHE WERDEN GRÖßER

Für 1998 ist die durchschnittliche Körpergröße von männlichen und weiblichen Jugendlichen in den Niederlanden in folgendem Graphen dargestellt.



Frage 1: GRÖSSER WERDEN

Seit 1980 hat die Durchschnittsgröße 20-jähriger Frauen um 2,3 cm auf 170,6 cm zugenommen. Was war die Durchschnittsgröße einer 20-jährigen Frau im Jahr 1980?

Antwort: cm

Frage 2: GRÖSSER WERDEN

In welchem Lebensabschnitt sind laut Graphen weibliche Jugendliche durchschnittlich größer als ihre männlichen Altersgenossen?

.....
.....

Frage 3: GRÖSSER WERDEN

Erkläre, wie der Graph zeigt, dass die Wachstumsrate für Mädchen über 12 Jahre sich im Durchschnitt verlangsamt.

.....
.....
.....

UNIT „WECHSELKURS“

WECHSELKURS

Mei-Ling aus Singapur wollte für 3 Monate als Austauschstudentin nach Südafrika gehen. Sie musste einige Singapur Dollar (SGD) in Südafrikanische Rand (ZAR) wechseln.

Frage 1: WECHSELKURS

Mei-Ling fand folgenden Wechselkurs zwischen Singapur Dollar und Südafrikanischen Rand heraus:

$$1 \text{ SGD} = 4,2 \text{ ZAR}$$

Mei-Ling wechselte zu diesem Wechselkurs 3000 Singapur Dollar in Südafrikanische Rand.

Wie viele Südafrikanische Rand hat Mei-Ling erhalten?

Antwort:

Frage 2: WECHSELKURS

Bei ihrer Rückkehr nach Singapur 3 Monate später hatte Mei-Ling 3900 ZAR übrig. Sie wechselte diese in Singapur Dollar zurück, wobei sie bemerkte, dass der Wechselkurs sich geändert hatte:

$$1 \text{ SGD} = 4,0 \text{ ZAR}$$

Wie viele Singapur Dollar hat Mei-Ling erhalten?

Antwort:

Frage 3: WECHSELKURS

Während dieser 3 Monate hat sich der Wechselkurs von 4,2 auf 4,0 ZAR pro SGD geändert.

War es zum Vorteil von Mei-Ling, dass der Wechselkurs bei ihrer Rückkehr 4,0 ZAR statt 4,2 ZAR betrug, als sie ihre Südafrikanischen Rand in Singapur Dollar zurückwechselte? Erkläre deine Antwort.

UNIT „DAS BESTE AUTO“

DAS BESTE AUTO

Ein Auto-Magazin verwendet ein Bewertungssystem, um neue Autos zu beurteilen und vergibt den Preis für das „Auto des Jahres“ an das Auto mit der höchsten Gesamtpunktzahl. Fünf neue Autos werden bewertet und ihre Bewertungen werden in der Tabelle aufgelistet.

Auto	Sicherheitsmerkmale (S)	Sparsamkeit beim Benzin- verbrauch (B)	Äußere Erscheinung (Ä)	Innenaus- stattung (I)
Ca	3	1	2	3
M2	2	2	2	2
Sp	3	1	3	2
N1	1	3	3	3
KK	3	2	3	2

Die Bewertungen werden folgendermaßen interpretiert:

- 3 Punkte = Ausgezeichnet
- 2 Punkte = Gut
- 1 Punkt = Mittelmäßig

Frage 1: DAS BESTE AUTO

Um die Gesamtpunktzahl für ein Auto zu berechnen, verwendet das Auto-Magazin folgende Formel, die eine gewichtete Summe der einzelnen Bewertungspunkte ist:

$$\text{Gesamtpunktzahl} = (3 \cdot S) + B + \ddot{A} + I$$

Berechne die Gesamtpunktzahl für das Auto „Ca“. Schreib deine Antwort auf den Platz unterhalb.

Gesamtpunktzahl für „Ca“:

Frage 2: DAS BESTE AUTO

Der Hersteller von Auto „Ca“ fand, dass die Formel für die Gesamtpunktzahl nicht fair sei.

Schreib eine Formel zur Berechnung der Gesamtpunktzahl auf, so dass das Auto „Ca“ der Gewinner sein wird.

Deine Formel sollte jede der vier Variablen enthalten und du solltest deine Formel durch Einsetzen von positiven Zahlen in die vier Zwischenräume bei der folgenden Gleichung aufschreiben.

Gesamtpunktzahl = · S + · B + · Ä + · I.